

臺灣警察專科學校專科警員班第二十一期(正期學生組)新生入學

考試

「乙組數學科」題解

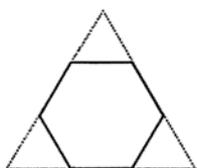
選擇題：

- (一)本科禁止使用電子計算器，請利用試題空白處計算。  
(二)二十五題均單選，每題四分，計一百分；未作答者不給分，答錯者倒扣該題分數四分之一。  
(三)請將正確答案以 2B 鉛筆劃記於答案卡內。

(B) 1. 小明統計 100 名觀光客的資料如下：會講中文者有 50 名，會講英文者有 40 名，兩者都會講的有 10 名，則兩者都不會講的有幾名？(A) 10 名 (B) 20 名 (C) 30 名 (D) 40 名。

(A) 2. 將一個正三角形的紙板，在每一個角各截去一個小正三角形使其成為正六邊形，則此正六邊形的面積為原來的正三角形的：(A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{3}{4}$  (C)

$\frac{4}{5}$  (D)  $\frac{5}{6}$ 。



(D) 3. 假設某一培養皿中的細菌數依等比數列成長，某日上午八時觀察培養皿中的細菌數約有 2 萬隻，上午十時觀察培養皿中的細菌數約有 3 萬隻，則預估下午六時培養皿中的細菌數最接近下列何數？(A) 7 萬 (B) 10 萬 (C) 12 萬 (D) 15 萬。

(B) 4. 多項式  $x^3+x^2-x+k$  被  $x+2$  除之，餘數為 1，則實數  $k=(A) 2 (B) 3 (C) -9 (D) -10$ 。

(C) 5. 設  $1+i$  為方程式  $x^2+ax+2=0$  的一根，則實數  $a=(A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 2$ 。

(C) 6. 已知  $\log_2=0.3010$ ， $\log_3=0.4771$ ，試判斷  $2^{100}+3^{100}$  是幾位數？(A) 17 位 (B) 31 位 (C) 48 位 (D) 79 位。

(A) 7.  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC}=a$ ， $\overline{AC}=b$ ， $\overline{AB}=c$ ，若  $\log_2(a+b+c)+\log_2(a+b-c)=1+\log_2a+\log_2b$ ，則  $\angle C$  的度數為何？(A)  $90^\circ$

(B)  $60^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $30^\circ$ 。

(D) 8. 假設某一球形之地球儀其半徑長為  $R$ ，則北緯  $30^\circ$  的緯線長為何？(A)

$\frac{1}{2}\pi R$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi R$  (C)  $\pi R$  (D)  $\sqrt{3}\pi R$ 。

(C) 9. 化簡  $\cos 75^\circ \cos 15^\circ + \sin 75^\circ \sin 15^\circ$  之值為：(A) 1 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 0。

(D) 10.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=10$ ， $\overline{BC}=14$ ，則下列敘述何者為真？(A)

$\cos A = \frac{1}{2}$  (B)  $\triangle ABC$  為銳角三角形 (C)  $\triangle ABC$  的面積為  $\frac{15\sqrt{3}}{2}$  (D)

$\triangle ABC$  的內切圓半徑為  $\sqrt{3}$ 。

(B) 11. 已知由兩向量  $\vec{a}$ ， $\vec{b}$  所張的平行四邊形的面積為 12，則由兩向量  $(\vec{a} +$

$\vec{b})$ ， $(\vec{a} - \vec{b})$  所張的平行四邊形的面積為：(A) 12 (B) 24 (C) 36

(D) 48。

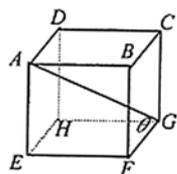
(A) 12. 空間中有一直線  $L$  與平面  $E: x+2y+3z=9$  垂直，且通過點  $(2, -3, 4)$ ，問

此線也通過下列哪一點？(A)  $(1, -5, 1)$  (B)  $(1, 1, 2)$  (C)  $(-2, -3, 1)$

(D)  $(3, 4, -1)$ 。

(C) 13. 正立方體  $ABCD-EFGH$  如右圖，若其稜長為 1， $\angle AGF = \theta$ ，則  $\sin \theta =$

(A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 。



(D) 14. 計算行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 7 & 8 & 9 \\ 49 & 64 & 81 \end{vmatrix}$  之值為：(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

(B) 15. 點  $P(1, 1)$  到圓  $C: (x-4)^2 + (y+3)^2 = 2$  的切線段長為：(A)  $\sqrt{21}$  (B)  $\sqrt{23}$

(C)  $\sqrt{27}$  (D)  $\sqrt{29}$ 。

(A) 16. 下列哪一個  $k$  值使平面  $E: x-2y+2z=k$  與球面  $S: x^2+(y+4)^2+z^2=9$  不相交？

(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3。

(C) 17. 某彗星的軌道為一拋物線，太陽為其焦點，若此彗星與太陽相距 6000

萬公里時，彗星與太陽的連線與拋物線的軸垂直，則此彗星與太陽最近

時相距：(A) 1500 萬公里 (B) 2000 萬公里 (C) 3000 萬公里 (D)

6000 萬公里。

- (B) 18. 設橢圓  $9x^2+16y^2-18x-135=0$  的兩焦點為  $F_1, F_2$ , 點  $P$  在橢圓上, 若  $\overline{PF_1}=3$ , 則  $\overline{PF_2} =$  (A) 1 (B) 5 (C) 8 (D) 13。
- (D) 19. 由一個 10 人組成的委員會中, 選出一位主席、一位副主席及一位總幹事, 職務不得兼任, 則選出的可能方法數有幾種? (A) 120 種 (B) 240 種 (C) 360 種 (D) 720 種。
- (B) 20. 將甲、乙、丙、丁、戊、己六位新生平均分發到三個班, 每班兩人, 則甲、乙兩人恰好同班的機率為: (A)  $\frac{1}{15}$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{3}{5}$ 。
- (D) 21. 班上某次考試全班成績經計算得算術平均數為 70 分, 標準差為 12 分, 但複查發現甲生成績 50 分有誤, 更正為 80 分; 乙生成績 90 分有誤, 更正為 60 分, 若無其他錯誤, 重新計算全班成績得算術平均數為  $\bar{X}$  分, 標準差為  $S$  分, 則: (A)  $\bar{X} > 70$  (B)  $\bar{X} < 70$  (C)  $S > 12$  (D)  $S < 12$ 。
- (C) 22. 小明想在明年投資 A, B, C, D 四種基金之一, 而各基金獲利情形如下表:

利潤 (萬元/年)		基 金			
		A	B	C	D
景 氣	成長	100	200	300	400
	持平	80	70	60	30
	衰退	-50	-100	-200	-300

專家預測明年景氣成長機率為 0.3, 景氣持平機率為 0.5, 景氣衰退機率為 0.2, 則他明年平均報酬最大時應選擇: (A) A 基金 (B) B 基金 (C) C 基金 (D) D 基金。

- (A) 23. 平面上三點  $A(2,0)$ ,  $B(0,4)$ ,  $C(-4,2)$ , 矩陣  $P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\triangle ABC$  經過矩陣  $P$  的變換後所得的新圖形面積為: (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40。
- (A) 24. 下列哪一選項的  $\theta$  值範圍可以讓  $\sin \theta$  和  $\cos \theta$  的值大於  $\frac{1}{2}$ ? (A)  $30^\circ < \theta < 60^\circ$  (B)  $60^\circ < \theta < 90^\circ$  (C)  $90^\circ < \theta < 120^\circ$  (D)  $120^\circ < \theta < 150^\circ$ 。
- (C) 25. 下列哪一組聯立方程式所表示的圖形是由三直線  $L_1: x=2$ ,  $L_2: y=3$ ,  $L_3: x+y=1$  所圍成三角形的內部區域? (A)  $\begin{cases} x > 2 \\ y > 3 \\ x + y > 1 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} x > 2 \\ y > 3 \\ x + y < 1 \end{cases}$
- (C)  $\begin{cases} x < 2 \\ y < 3 \\ x + y > 1 \end{cases}$  (D)  $\begin{cases} x < 2 \\ y < 3 \\ x + y < 1 \end{cases}$ 。

臺灣警察專科學校專科警員班第二十二期（正期學生組）新生入  
學考試

「乙組數學」題解

一、單一選擇題：

(C) 1. 設集合  $A = \{2, 3, a-1\}$ ，集合  $B = \{1, a-3, 9-a\}$ ，已知  $A \cap B = \{2, 4\}$ ，則  $A - B =$  (A)  $\{1\}$  (B)  $\{2\}$  (C)  $\{3\}$  (D)  $\{4\}$ 。

(D) 2. 設  $a, b, c \in \mathbb{N}$ ，若  $a : b : c = 2 : 3 : 4$ ，且  $a, b, c$  的最小公倍數為 120，則  $a, b, c$  的最大公因數為：(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 10。

(A) 3. 無窮等比級數  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \cdots + \frac{1}{3^n} + \cdots$  的和 = (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 2。

(B) 4. 二次多項式  $f(x) = x^2 + bx + c$ ， $b, c \in \mathbb{R}$ ，若  $f(x)$  除以  $x-1$  的餘數為 2， $f(x)$  除以  $x+1$  的餘數為 6，則  $f(x)$  除以  $x-2$  的餘數為：(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7。

(B) 5.  $x \in \mathbb{R}$ ，若  $2^x + 2^{-x} = 3$ ，則  $4^x + 4^{-x} =$  (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9。

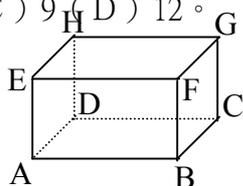
(C) 6. 化簡  $\log_2 8 + \log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_4 1$  之值 = (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2。

(A) 7. 若  $\sin \theta$  為  $3x^2 + 5x - 2 = 0$  的一根，則  $\cos 2\theta =$  (A)  $\frac{7}{9}$  (B)  $-\frac{7}{9}$  (C)  $\frac{8}{9}$  (D)  $-\frac{8}{9}$ 。

(B) 8. 某人從 A 點測得一塔頂端的仰角為  $30^\circ$ ，他向塔前進 50 公尺至 B 點，再測得塔頂的仰角為  $45^\circ$ ，則塔高為 (A)  $25(\sqrt{3}-1)$  (B)  $25(\sqrt{3}+1)$  (C)  $50(\sqrt{3}-1)$  (D)  $50(\sqrt{3}+1)$ 。

(D) 9.  $\triangle ABC$  中，D 在  $\overline{BC}$  上，且  $\overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 1$ ，若  $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則數對  $(x, y) =$  (A)  $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3})$  (B)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$  (C)  $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$  (D)  $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ 。

(C) 10. 長方體如下圖所示，若  $\overline{AB} = 3$ ， $\overline{AD} = 2$ ， $\overline{AE} = 2$ ，則  $\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{EC} =$  (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12。



(D) 11. 直線  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{k}$  與平面  $4x - 2y + 2z = 3$  平行，則實數  $k =$  (A) 1 (B) -1 (C) 5 (D) -5。

(A) 12. 若空間中四點  $A(0, -1, 1)$   $B(-1, 0, 2)$   $C(-1, -3, 0)$   $D(2, 0, a)$  共平面，則  $a =$  (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

(D) 13. 圓  $x^2 + y^2 = 25$  上，以  $(4, 3)$  為切點的切線方程式為：(A)  $3x - 4y = 25$  (B)  $3x + 4y = 25$  (C)  $4x - 3y = 25$  (D)  $4x + 3y = 25$ 。

(C) 14. 雙曲線  $x^2 - y^2 = 1$  與拋物線  $y = x^2 - 3$  的交點有多少個？(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 個。

(A) 15. 將相同的 6 枝筆，全部分給甲，乙，丙三人，每人至少得 1 枝，其分法有幾種？(A) 10 (B) 20 (C) 28 (D) 36 種。

(B) 16. 有五雙不同的鞋子，任取其中二隻，此二隻恰好是一雙的機率為：(A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{1}{9}$  (C)  $\frac{1}{45}$  (D)  $\frac{1}{90}$ 。

(C) 17. 一次擲二枚公正的硬幣，二枚都出現正面可得 40 元，一枚正面一枚反面可得 30 元，二枚都出現反面需賠 100 元，則投擲一次的期望值為：(A) -10 (B) -5 (C) 0 (D) 5 元。

(C) 18. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ，若  $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則  $a + b =$  (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 0。

(B) 19. 不等式  $\log^3(x-1) < 2$  整數解有幾個？(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 個。

(D) 20. 聯立不等式  $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \\ 3x + y \geq 6 \end{cases}$  所表示圖形的面積為：(A) 8 (B) 6 (C) 5 (D) 3。

## 二、多重選擇題：

(B C E) 21. 平面上  $A(3, 3)$   $B(5, 5)$  若點  $P(a, b)$  在  $x$  軸上，且  $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，則：(A)  $a = 4$  (B)  $b = 0$  (C)  $a + b = 8$  (D)  $\overline{PA} = 8$  (E)  $\Delta ABP$  面積 = 8。

(A B C D) 22. 設  $\langle a_n \rangle$  為一數列， $a_1 = 2$ ，且  $a_{n+1} = 1 - \frac{1}{a_n}$ ， $n \in \mathbb{N}$ ，則：(A)  $a_2 = \frac{1}{2}$  (B)  $a_3 = -1$  (C)  $a_4 = 2$  (D)  $a_{100} = 2$  (E)  $a_{2003} = -1$ 。

- ( C D E ) 23.下列有關複數的敘述，哪些是正確的？( A )  $i^{2003} = i$  ( B )  $3+i > 2+i$  ( C )  $\frac{1+i}{1-i} = i$  ( D )  $|i|=1$  ( E )  $|3+i|=|3-i|$ 。
- ( A C ) 24.設  $a, b \in \mathbb{R}$ ，且  $1+i$  為方程式  $x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$  的一根，則下列哪些是正確的？( A ) 方程式有虛根  $1-i$  ( B ) 方程式有實根 2 ( C )  $a=0$  ( D )  $b=2$  ( E )  $a+b=2$ 。
- ( 全 ) 25.  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{AC}=4$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ，若  $\angle BAC$  的平分線交  $\overline{BC}$  於 D 點，則：( A )  $\overline{BC}=2\sqrt{7}$  ( B )  $\overline{AD}=\frac{12\sqrt{3}}{5}$  ( C )  $\triangle ABC$  的外接圓半徑  $=\frac{2\sqrt{21}}{3}$  ( D )  $\triangle ABC$  的面積  $=6\sqrt{3}$  ( E )  $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$ 。
- ( A D E ) 26.平面  $E : x + 2y - 2z = 10$  與球面  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$  相交成一個圓，設此圓的圓心坐標為  $P(a, b, c)$ ，半徑為  $r$ ，則：( A )  $a=2$  ( B )  $b=-3$  ( C )  $c=1$  ( D )  $a+b+c=4$  ( E )  $r=4$ 。
- ( B C D ) 27.關於橢圓  $\Gamma : \sqrt{(x-4)^2 + y^2} + \sqrt{(x+4)^2 + y^2} = 10$ ，下列哪些敘述是正確的？( A )  $(4, 0)$  為  $\Gamma$  的一個頂點 ( B )  $(0, 0)$  為  $\Gamma$  的中心 ( C )  $\Gamma$  對稱於  $y$  軸 ( D )  $\Gamma$  的長軸長為 10 ( E )  $\Gamma$  的短軸長為 8
- ( A B D E ) 28.由 1, 2, 3, 4, 5 中，取相異三個排成三位數，則下列哪些是正確的？( A ) 這些三位數共有 60 個 ( B ) 將這些三位數由小排到大，第 13 個是 213 ( C ) 這些三位數中，比 300 大的有 24 個 ( D ) 這些三位數中，是偶數的有 24 個 ( E ) 這些三位數中，是 5 的倍數的有 12 個。
- ( C E ) 29.  $f(x) = (1+x)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ ， $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10} \in \mathbb{R}$ ，則下列哪些是正確的？( A )  $a_0 = 0$  ( B )  $a_1 = 1$  ( C )  $a_{10} = 1$  ( D )  $a_2 < a_8$  ( E )  $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 2^{10}$ 。
- ( A B D ) 30.下表為某次考試，甲、乙兩班成績的次數分配表下列敘述哪些是正確的？( A ) 甲班的算術平均數比乙班的算術平均數高 ( B ) 甲班的中位數比乙班的中位數高 ( C ) 甲班的標準差比乙班的標準差大 ( D ) 甲班及格（大於等於 60 分）的人數比乙班及格的人數多 ( E ) 甲班的全距比乙班的全距大。

分數	甲班次數	乙班次數
90~100	0	5
80~90	14	4
70~80	4	2
60~70	2	4

臺灣警察專科學校專科警員班第二十三期（正期學生組）新生入  
學考試

## 「甲組數學科」題解

### 一、單選題：

【甲】若  $\frac{x^5 - 2x^4 - 5x^3 - 3x^2 - x - 4}{(x+1)^4} = ax + b + \frac{c}{(x+1)} + \frac{d}{(x+1)^2} + \frac{e}{(x+1)^3} + \frac{f}{(x+1)^4}$  則：

(C) 1.  $b = (A) -2 (B) -4 (C) -6 (D) -10$ 。

(B) 2.  $c = (A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17$ 。

(D) 3.  $d = (A) -2 (B) -4 (C) -6 (D) -10$ 。

(C) 4.  $e = (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4$ 。

(D) 5.  $f = (A) -1 (B) -2 (C) -3 (D) -4$ 。

【乙】  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，若  $B$  為  $A$  之乘法反矩陣， $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ ，則：

(D) 6.  $\det(A) = (A) 1 (B) -1 (C) 4 (D) -4$ 。

(B) 7.  $b_{11} = (A) \frac{1}{2} (B) -\frac{1}{2} (C) \frac{1}{4} (D) -\frac{1}{4}$ 。

(A) 8.  $b_{21} = (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -\frac{1}{2}$ 。

(B) 9.  $b_{31} = (A) \frac{1}{2} (B) -\frac{1}{2} (C) \frac{1}{4} (D) -\frac{1}{4}$ 。

(B) 10.  $b_{22} = (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D) -\frac{1}{2}$ 。

【丙】甲，乙，丙，丁，戊，己，庚七個人排成一列，求下列各排列數：

(D) 11. 甲，乙，丙相鄰：(A) 120 (B) 240 (C) 480 (D) 720。

(C) 12. 甲，乙，丙均不得相鄰：(A) 360 (B) 720 (C) 1440 (D) 2880。

(B) 13. 甲不排首：(A) 5040 (B) 4320 (C) 3720 (D) 3210。

(A) 14. 甲不排首且乙不排尾：(A) 3720 (B) 3540 (C) 3210 (D) 2880。

(C) 15. 甲不排首，乙不排尾，丙不排中：(A) 3720 (B) 3512 (C) 3216 (D) 3120。

【丁】一無窮等比級數之和為  $\frac{9}{2}$ ，第二項為  $-2$ ，則：

(A) 16. 首項為 (A) 6 (B)  $-6$  (C) 4 (D)  $-4$ 。

(B) 17. 公比為 (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{1}{3}$  (C)  $-\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{3}$ 。

(A) 18.第三項為 (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{2}{9}$  (C)  $-\frac{2}{3}$  (D)  $-\frac{2}{9}$ 。

(D) 19.第五項為 (A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $-\frac{2}{9}$  (C)  $-\frac{2}{27}$  (D)  $\frac{2}{27}$ 。

(A) 20.各項平方和為 (A)  $\frac{81}{2}$  (B)  $\frac{81}{4}$  (C)  $\frac{9}{2}$  (D) 9。

【戊】橢圓的中心(-1,1)，有一焦點F(1,3)，短軸一頂點(-4,k)，則：

(A) 21.另一焦點為 (A) (-3,-1) (B) (-3,1) (C) (-3,-2) (D) (-3,2)。

(B) 22.短軸所在直線斜率 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2。

(A) 23. k= (A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 0。

(D) 24.長軸長 (A)  $2\sqrt{13}$  (B)  $4\sqrt{13}$  (C)  $2\sqrt{17}$  (D)  $2\sqrt{26}$ 。

(C) 25.短軸長 (A)  $3\sqrt{2}$  (B)  $4\sqrt{2}$  (C)  $6\sqrt{2}$  (D)  $8\sqrt{2}$ 。

【己】試求下列各極限：

(D) 26.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} =$  (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5。

(A) 27.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{x - 1} =$  (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D) -1。

(B) 28.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1} =$  (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 1。

(D) 29.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} =$  (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 不存在。

(A) 30.  $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \left[ \frac{1}{x} \right] =$  (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 不存在。

二、複選題：

( A C ) 31.下列選項哪些為真? (A)  $\sin^{-1}\left(\sin \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$  (B)  $\sin^{-1}\left(\sin \frac{5\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{6}$

( C )  $\cos^{-1}\left(\cos \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$  ( D )  $\tan^{-1}\left(\tan \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$  ( E )

$\sin^{-1}(\sin 3) = 3$ 。

( A B ) 32.關於方程組，下列選項  
當 a=0 時，恰有一組解  
無限多組解 (C) 當  
組解 (D) 當 a=3 時，  
哪些是正確的? (A)  
(B) 當 a=1 時，有  
a=-2 時，有無限多  
無解 (E) 當 a= $\frac{1}{2}$

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

時，無解。

- ( A D ) 33. 設過  $A(3, -2)$ ,  $B(5, 0)$  兩點且圓心在直線  $x - y + 3 = 0$  上的圓方程式為  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = c$  則：( A )  $a=0$  ( B )  $a=3$  ( C )  $b=0$  ( D )  $b=3$  ( E )  $c=3$ 。

- ( B C E ) 34. 設  $f(x) = -x^3 - 6x^2 + 15x - 7$ ，下列何者正確？( A )  $x > 1$  時， $f(x)$  是遞增函數 ( B )  $-5 < x < 1$  時， $f(x)$  是遞增函數 ( C )  $x = 1$  時， $f(x)$  有極大值 1 ( D )  $x = -5$  時， $f(x)$  有極小值  $-5$  ( E ) 方程式  $f(x) = 0$  有 3 個實根。

- ( A D E ) 35.  $A, B$  為兩事件，已知  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ ，則 ( A )  $P(A \cup B) = \frac{7}{12}$  ( B )  $P(A - B) = \frac{1}{6}$  ( C )  $P(B|A) = \frac{3}{4}$  ( D )  $P(A'|B) = \frac{1}{4}$  ( E )  $P(A'|B') = \frac{5}{8}$ 。

- ( B D E ) 36. 下列哪些函數的圖形與直線  $y = x$  只有一個交點？( A )  $y = 2^x$  ( B )  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  ( C )  $y = \log_2 x$  ( D )  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  ( E )  $y = |\log_2 x|$ 。

- ( C E ) 37. 空間中一直線  $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{6}$ ，下列哪些平面與  $L$  平行？( A )  $xy$  平面 ( B )  $3x - 4y + z = -5$  ( C )  $3x - 4y + z = 0$  ( D )  $x + y + z = 2$  ( E )  $3x - 2y + 7 = 0$ 。

- ( A C D ) 38. 二次曲線  $5x^2 - 6xy + 5y^2 = 4$  ( A ) 為一橢圓 ( B ) 為一雙曲線 ( C ) 旋轉  $\frac{\pi}{4}$  可化為標準式 ( D ) 二焦點距離  $\sqrt{6}$  ( E ) 正焦弦長  $\frac{8}{3}$ 。

- ( 全 ) 39. 袋中有大小相同的紅球 8 個，白球 4 個，今每次取一球，取後不放回，下列何者為真？( A ) 第一次取到紅球的機率為  $\frac{2}{3}$  ( B ) 第二次取到紅球的機率為  $\frac{2}{3}$  ( C ) 第三次取到白球的機率為  $\frac{1}{3}$  ( D ) 紅球先取完的機率為  $\frac{1}{3}$  ( E ) 取球兩次，兩球都是白球的機率為  $\frac{1}{11}$ 。

- ( A B ) 40. 下列關於圓錐曲線的敘述何者正確？( A ) 雙曲線的兩條漸近線

恆過雙曲線的中心 ( B ) 橢圓的任意切線與過切點的兩焦半徑所夾的銳角必相等 ( C ) 以橢圓的兩焦點為直徑的圓必與此橢圓相交 ( D ) 任一雙曲線有兩條漸近線，此兩線必互相垂直 ( E ) 射向拋物線上的光線經反射後都會聚集通過焦點。

臺灣警察專科學校專科警員班第二十三期 ( 正期學生組 ) 新生入  
學考試

## 「乙組數學科」題解

---

一、單選題：

【甲】設  $\varphi$  為空集合， $A, B, C$  為三集合且  $A \subset B \subset C$ ，則：

(B) 1.  $A \cup B = (A) A (B) B (C) C (D) \varphi$ 。

(D) 2.  $A - B = (A) A (B) B (C) C (D) \varphi$ 。

(A) 3.  $A \cap (B \cup C) = (A) A (B) B (C) C (D) \varphi$ 。

【乙】有一無窮等比級數，第二項為  $-6$ ，第三項為  $2$ ，則：

(D) 4. 公比為 (A)  $3$  (B)  $-3$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $-\frac{1}{3}$ 。

(C) 5. 首項為 (A)  $2$  (B)  $-2$  (C)  $18$  (D)  $-18$ 。

(C) 6. 此級數和為 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{27}{2}$  (D)  $-\frac{27}{2}$ 。

【丙】化簡下列各式：

(A) 7.  $16^{-\frac{1}{4}} = (A) \frac{1}{2} (B) 2 (C) \frac{1}{4} (D) 4$ 。

(B) 8.  $\log_{10} 10 + \log \frac{1}{10} = (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2$ 。

(B) 9.  $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 8 = (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 8$ 。

【丁】 $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，求：

(C) 10.  $\overline{BC} = (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8$ 。

(A) 11.  $\triangle ABC$  的面積 = (A)  $10\sqrt{3}$  (B)  $20\sqrt{3}$  (C)  $30\sqrt{3}$  (D)  $40\sqrt{3}$ 。

(C) 12.  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為 (A)  $\frac{5}{\sqrt{3}}$  (B)  $\frac{6}{\sqrt{3}}$  (C)  $\frac{7}{\sqrt{3}}$  (D)  $\frac{8}{\sqrt{3}}$ 。

【戊】設  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ， $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ，且  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ， $\sin \beta = \frac{4}{5}$  則：

(C) 13.  $\cos \alpha = (A) \frac{3}{5} (B) -\frac{3}{5} (C) \frac{4}{5} (D) -\frac{4}{5}$ 。

(B) 14.  $\cos \beta = (A) \frac{3}{5} (B) -\frac{3}{5} (C) \frac{4}{5} (D) -\frac{4}{5}$ 。

(A) 15.  $\sin(\alpha + \beta) = (A) \frac{7}{25} (B) -\frac{7}{25} (C) 1 (D) -1$ 。

【己】平面上兩向量  $\vec{u} = (1, 2)$ ， $\vec{v} = (3, -4)$  則：

(B) 16.  $\vec{u} \cdot \vec{v} =$  (A) 5 (B) -5 (C) 10 (D) -10。

(D) 17. 若  $\vec{u}$  和  $\vec{v}$  的夾角為  $\theta$ ，則  $\cos \theta =$  (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $-\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (D)  $-\frac{1}{\sqrt{5}}$

(A) 18. 若  $\vec{u} + t\vec{v}$  與  $\vec{u}$  垂直，則實數  $t =$  (A) 1 (B) -1 (C) 3 (D) -3。

【庚】平面上 A (-1,5), B (-2,-5), C (4,1) 則：

(A) 19.  $\triangle ABC$  的重心在 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。

(D) 20.  $\overline{BC}$  的中垂線方程式為 (A)  $x - y - 3 = 0$  (B)  $7x + 2y - 3 = 0$  (C)  $3x - 2y - 7 = 0$  (D)  $x + y + 1 = 0$ 。

(C) 21. 若 D 在  $\overline{BC}$  上，且  $\overline{BD} : \overline{DC} = 2 : 1$ ，則 D 點坐標為 (A) (0, -3) (B) (3, 0) (C) (2, -1) (D) (1, -2)。

【辛】有關方程組  $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+2y+3z=1 \\ 2x+y+3z=2 \end{cases}$ ，求：

(D) 22. 行列式  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$  之值 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3。

(A) 23. 方程組的解為 (A) 恰有一組解 (B) 恰有二組解 (C) 有無限多組解 (D) 無解。

(C) 24. 空間中三平面  $E_1: x+y+z=0$ ,  $E_2: x+2y+3z=1$ ,  $E_3: 2x+y+3z=2$  的關係為 (A) 三平面相交於一線 (B) 三平面兩兩相交於一線，三線平行 (C) 三平面相交於一點 (D) 三平面互相平行。

【壬】甲、乙兩人各擲一個公正骰子，分別求下列機率：

(D) 25. 兩人點數相同：(A)  $\frac{1}{36}$  (B)  $\frac{1}{24}$  (C)  $\frac{1}{12}$  (D)  $\frac{1}{6}$ 。

(B) 26. 甲的點數比乙的點數大：(A)  $\frac{7}{18}$  (B)  $\frac{5}{12}$  (C)  $\frac{4}{9}$  (D)  $\frac{1}{2}$ 。

(D) 27. 兩人點數和為 5 點：(A)  $\frac{1}{24}$  (B)  $\frac{1}{18}$  (C)  $\frac{1}{12}$  (D)  $\frac{1}{9}$ 。

【癸】有一組資料為 19, 26, 17, 20, 18：

(C) 28. 此組資料之中位數為 (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20。

(D) 29. 此組資料之算術平均數為 (A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20。

- (B) 30. 若將此組資料每個都乘以 2 倍再加 5，得到一組新資料，則：(A) 新資料的標準差和原資料的標準差一樣 (B) 新資料的標準差是原資料的標準差的 2 倍 (C) 新資料的標準差比原資料的標準差多 5 (D) 新資料的標準差是原資料的標準差的 2 倍再加 5。

二、複選題：

- (C E) 31. 設  $f(x) = (x+1)^{100} - 1$ ，下列哪些是  $f(x)$  的因式？(A)  $x-2$  (B)  $x-1$  (C)  $x$  (D)  $x+1$  (E)  $x+2$ 。

- (A B D) 32. 設  $\omega = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ，則：(A)  $\omega^2 = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$  (B)  $\omega^3 = 1$  (C)  $\omega^2 + \omega = 1$  (D)  $\omega^{2004} = 1$  (E)  $\omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^{101} = 1$ 。

- (A C D) 33. 空間中，點 A  $(-2, -2, 4)$ ，平面  $E: 2x + y - 2z - 4 = 0$ ，則：(A) 平面 E 的一個法向量為  $(2, 1, -2)$  (B) 過 A 點且垂直平面 E 之直線的一個方向向量為  $(1, 2, 2)$  (C) 點 A 到平面 E 的距離為 6 (D) 點 A 在平面 E 上的投影點為  $(2, 0, 0)$  (E) 點 A 對平面 E 的對稱點為  $(2, 2, -4)$ 。

- (B E) 34. 下列哪些直線與圓  $x^2 + (y-3)^2 = 5$  相切？(A)  $2x - y = 0$  (B)  $2x - y - 2 = 0$  (C)  $2x - y + 4 = 0$  (D)  $2x - y - 6 = 0$  (E)  $2x - y + 8 = 0$ 。

- (B D E) 35. 橢圓  $\frac{(x-5)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ，下列敘述哪些為真？(A) 長軸長為 5 (B)  $(0, 0)$  為長軸上的一個頂點 (C)  $(4, 0)$  是一個焦點 (D) 正焦弦長為  $\frac{18}{5}$  (E) 由長軸，短軸四個頂點所連成菱形之面積為 30。

- (A B C D) 36. 甲、乙、丙、丁、戊五個人排成一列，下列各排列數哪些為真？(A) 任意排列的方法數有 120 種 (B) 甲排在第一位的方法數有 24 種 (C) 甲不排在中間的方法數有 96 種 (D) 甲、乙相鄰的方法數有 48 種 (E) 甲、乙不相鄰的方法數有 36 種。

- (A C E) 37. 二次函數  $f(x) = x^2 - 6x + 8$ ，則 (A)  $f(x)$  在  $x=3$  時有最小值 (B)  $f(x)$  的最小值為 1 (C)  $f(x)$  圖形的頂點在第四象限 (D)  $f(x)$  圖形的對稱軸方程式為  $x = -3$  (E)  $f(x)$  的圖形和  $x$  軸有兩個交點。

- (B C) 38. 若  $0 < \theta < 2\pi$ ，下列哪些範圍可滿足不等式  $2\sin^2 \theta - 3\sin \theta + 1 < 0$ ？(A)  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{2}$  (C)

$$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{5\pi}{6} \quad (\text{D}) \quad \frac{5\pi}{6} < \theta < \pi \quad (\text{E}) \quad \pi < \theta < \frac{7\pi}{6} \circ$$

- ( C D ) 39. 平面上以 A (1,0), B (-1,0), C (0,1) 為頂點之三角形及其內部區域, 是由  $y \geq 0$  及下列哪二條不等式的圖解? (A)  $x + y \geq 0$  (B)  $x + y - 1 \geq 0$  (C)  $x + y - 1 \leq 0$  (D)  $x - y + 1 \geq 0$  (E)  $x - y + 1 \leq 0$ 。
- ( A D E ) 40. 設二階方陣  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ , 若 P (1,1) 與 Q (2,0) 經 A 變換後的點分別為 P' (2,2) 與 Q' (4,-2), 則: (A)  $a = 2$  (B)  $b = -1$  (C)  $c = 0$  (D)  $d = 3$  (E)  $a + b + c + d = 4$ 。